

GdR MBS
MATÉRIAUX de CONSTRUCTION BIOSOURCÉS

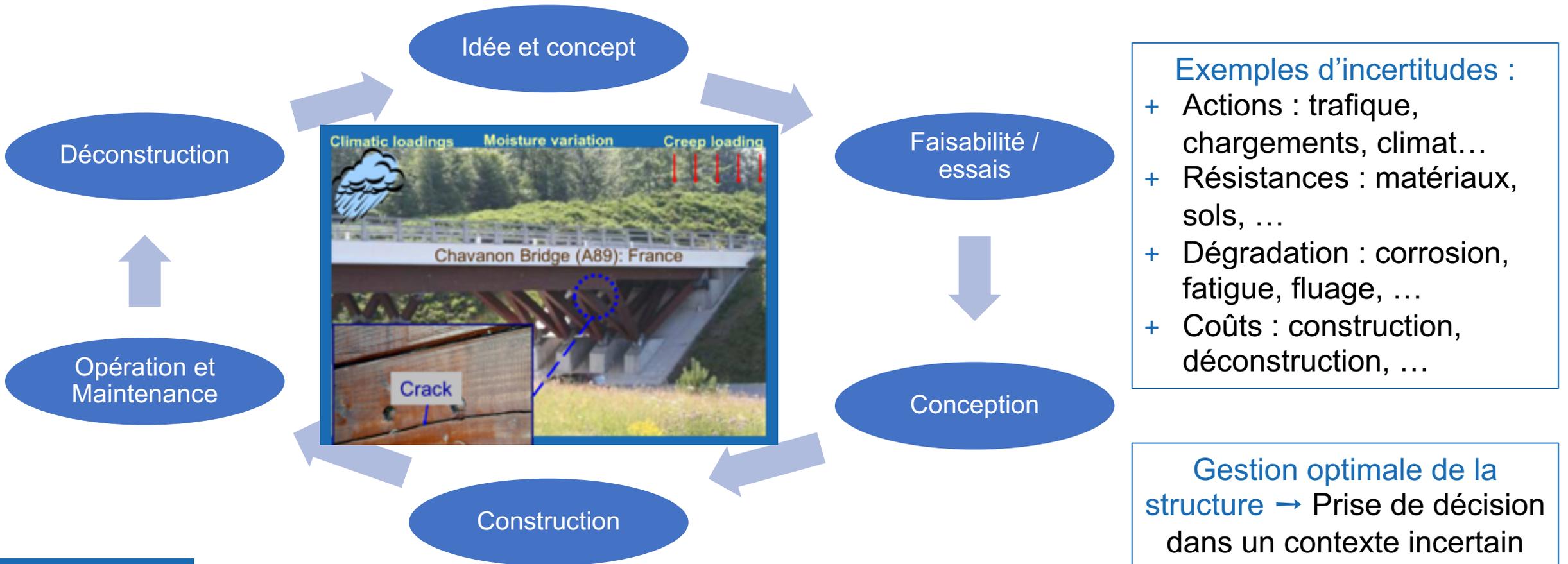
Incertitudes : Introduction aux approches probabilistes

Pr. Emilio Bastidas-Arteaga – ebastida@univ-lr.fr

Laboratoire des Sciences de l'Ingénieur pour l'Environnement (LaSIE UMR CNRS 7356)

Introduction

Motivation – cycle de vie d'une structure



Motivation – le code d'Hammourabi



Source : Wikipedia

- + Texte juridique babylonien (1750 av. J.-C.)
- + Musée du Louvre
- + Lois :
 - > droit pénal,
 - > droit de famille,
 - > propriété, réglementation des activités économiques et professions,
 - > ...

Motivation – le code d'Hammourabi



Source : Wikipedia

- **228.** Si un entrepreneur construit une maison pour quelqu'un et l'achève, il lui sera donné le salaire de deux shekels par surface de 40 mètres carrés* couverts.
- **229** Si un entrepreneur construit une maison pour quelqu'un mais ne l'achève pas convenablement, et si cette maison s'écroule et tue son propriétaire, alors l'entrepreneur sera mis à mort.
- **230.** Si elle tue le fils du propriétaire le fils de l'entrepreneur sera mis à mort.

Motivation – le code d'Hammourabi



Source : Wikipedia

- + Transfert à l'entrepreneur (concepteur et constructeur) du risque
- + Définition du risque :
 - Risque = Probabilité x Conséquence
 - > Probabilité de l'effondrement de la maison
 - > Conséquence : vie d'une personne, coûts, impact sur l'environnement
- + Comment minimiser le risque ?
- + Le code impose une obligation de résultats mais les moyens pour y arriver restent libres

Types d'incertitudes

Classification selon Der Kiureghian and Ditlevsen 2009 :

+ Epistémiques :

- > Incertitudes liées avec la manque de connaissance.
- > Peuvent se réduire lorsque plus d'informations/modèles sont disponibles

+ Aléatoires

- > Incertitudes liées à la variabilité intrinsèque d'une propriété.
- > Ces incertitudes sont irréductibles

+ Comment prendre en compte ces incertitudes dans la conception des ouvrages ?

Méthodes pour gérer l'incertain

Modélisation probabiliste

- Approche par des variables aléatoires
- Risque = Probabilité x Conséquence

Méthodes et outils de la logique floue

Ensembles convexes

Méthodes de robustesse

Objectifs

- + Sensibiliser à la gestion des incertitudes dans la conception de structures.
- + Comprendre comment les incertitudes sont gérées dans les Eurocodes (EC0).
- + Présenter des outils et des exemples sur l'estimation de la fiabilité des structures.

Contenu

Introduction

Modélisation des incertitudes

Principes de fiabilité de structures

Méthode de Monte Carlo

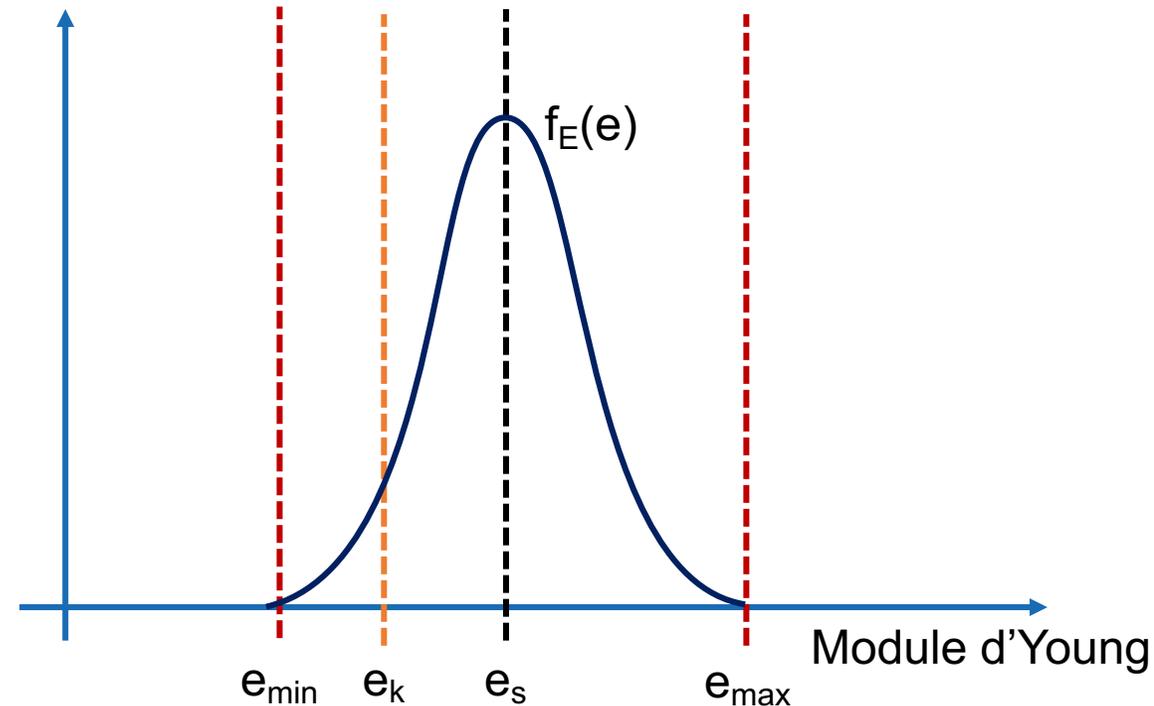
Exemple : mise à jour de la fiabilité à partir de données mesurées

Modélisation des incertitudes

Représentation des incertitudes

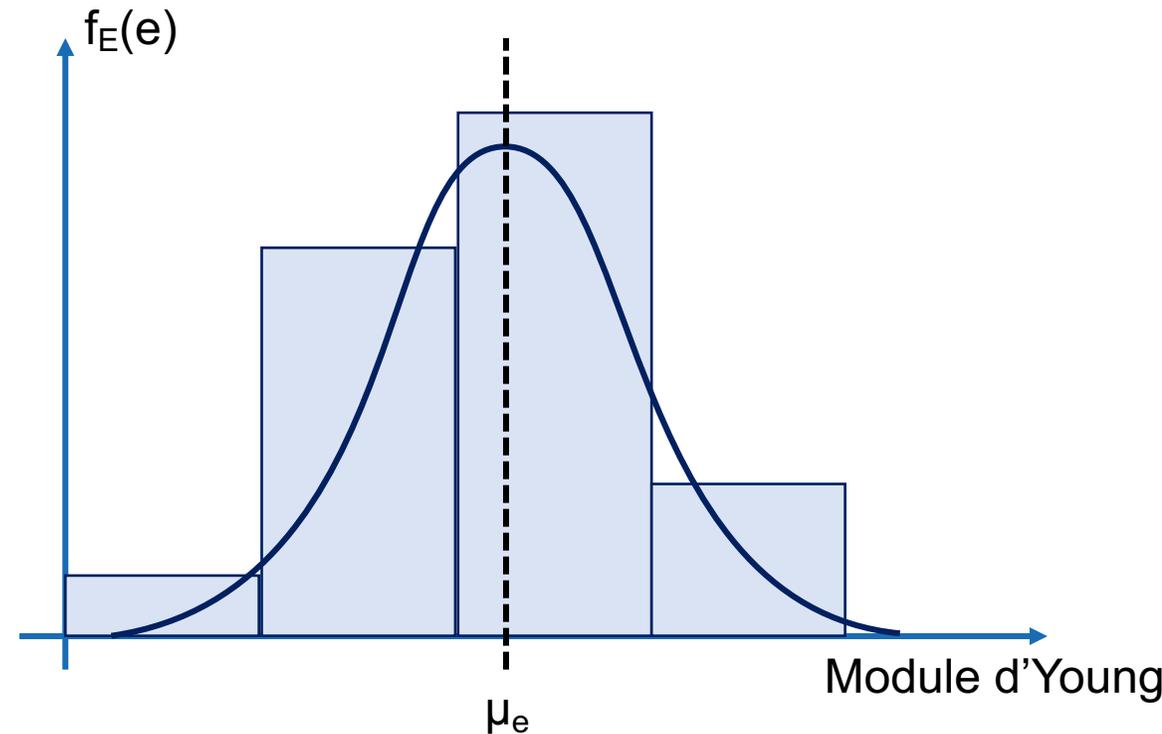
Selon la disponibilité de l'information :

- + **Estimation sommaire** sur la base d'une expérience limitée, e_s
- + Evaluation d'expert sur un **intervalle**, $[e_{\min}, e_{\max}]$
- + **Valeur caractéristique** majorant ou minorant une valeur moyenne, e_k
- + **Variable aléatoire** de densité $f_E(e)$ ou un **processus stochastique**



Variables aléatoires

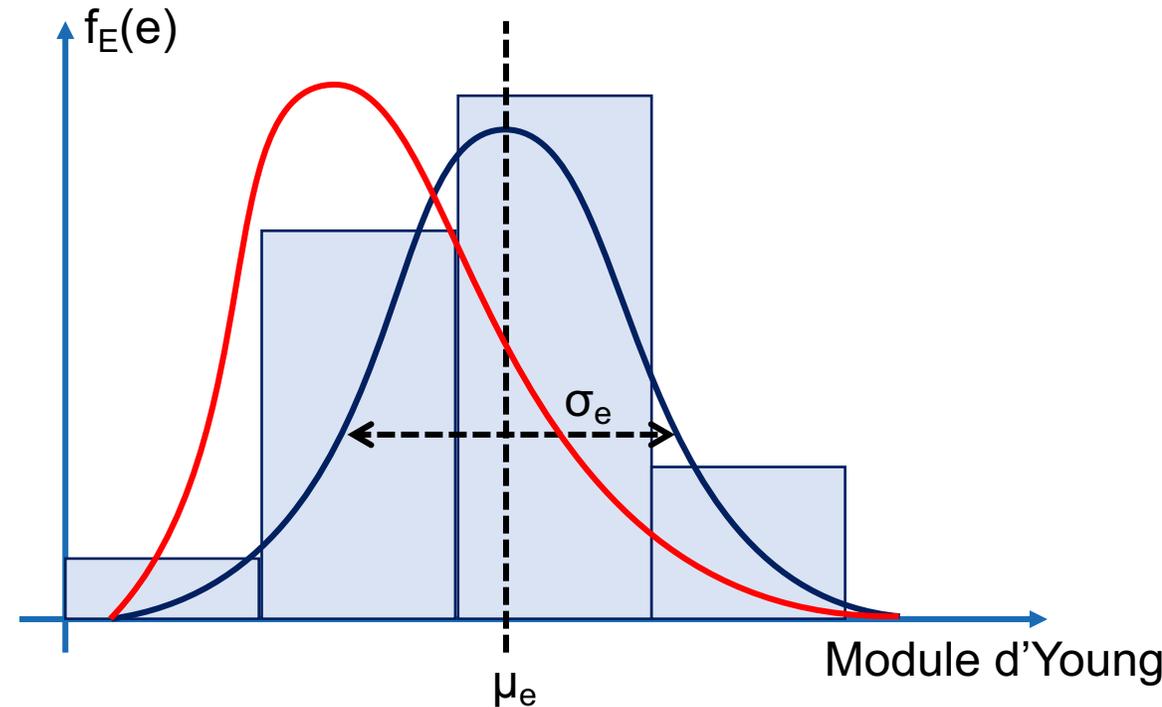
- + Représentation de résultats expérimentaux
- + Types
 - > **Discrète** : l'ensemble des valeurs qu'elle peut prendre est fini ou infini dénombrable
 - > **Continue** : peut prendre n'importe quelle valeur dans son domaine
 - > **Mixte** : discrète et continue



Variables aléatoires continues

+ Modélisation

- > **Distribution de probabilité** : montre comment sont distribués les probabilités d'une variable aléatoire (lois normale, log-normale, etc.)
- > **Moments** : moyenne, écart-type, ...



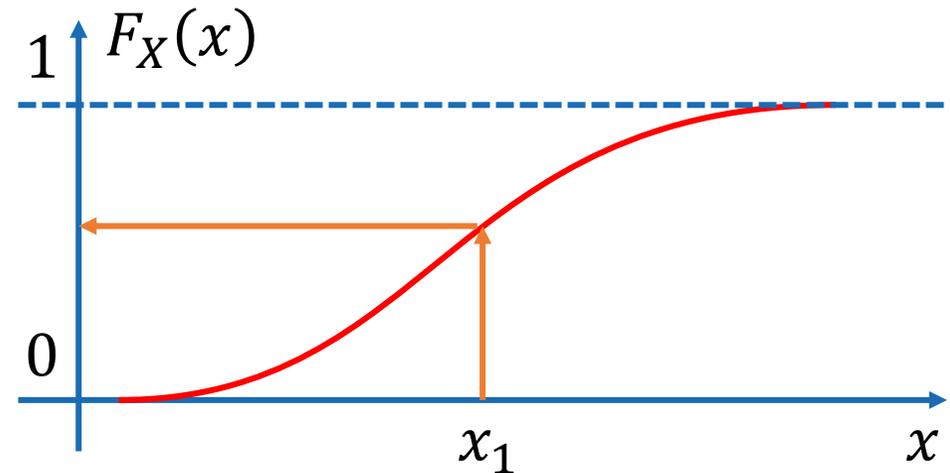
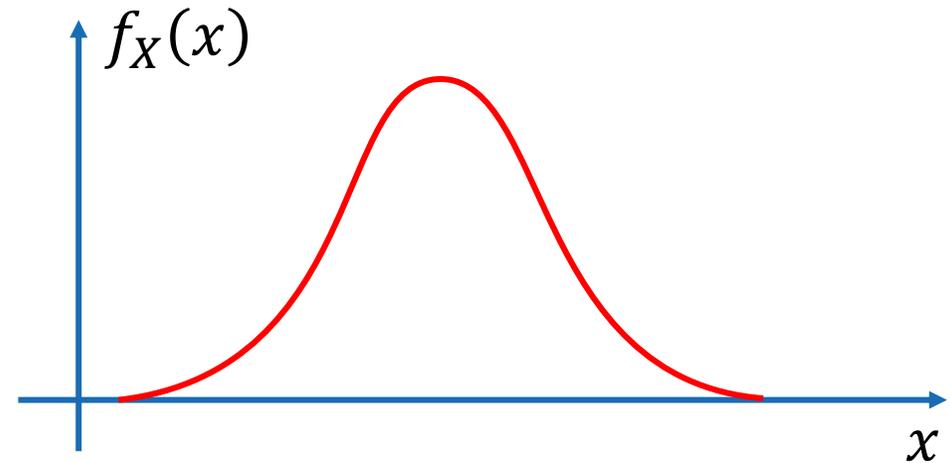
Variables aléatoires continues

- + Representation
 - > Densité de probabilité

$$f_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x)$$

- > Fonction de répartition

$$F_X(x) = P(X < x)$$



Variables aléatoires continues – moments

+ Moyenne ou espérance

$$\mu_X = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx$$

+ Variance et écart-type

$$V[X] = \sigma_X^2 = E(X - \mu_X)^2$$
$$V[X] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx$$

Où σ_X est l'écart-type

+ Coefficient de variation

$$COV = \frac{\sigma_X}{\mu_X}$$

+ Moments d'ordre supérieur

- > Coefficient d'asymétrie
- > Kurtosis

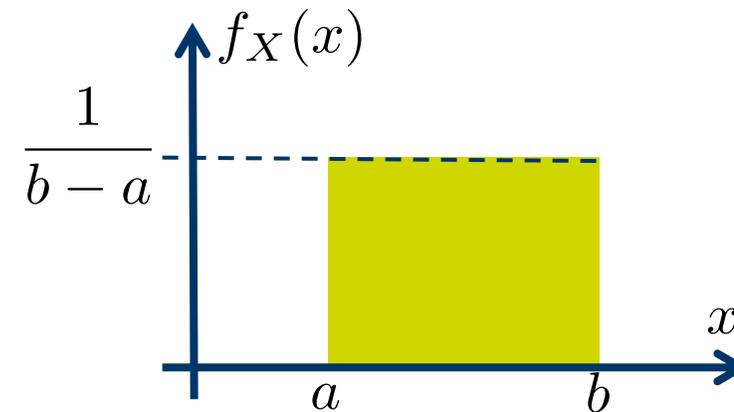
Variables aléatoires continues – distributions

Loi uniforme : distribution définie sur un intervalle $[a; b]$ avec moyenne μ et écart-type σ

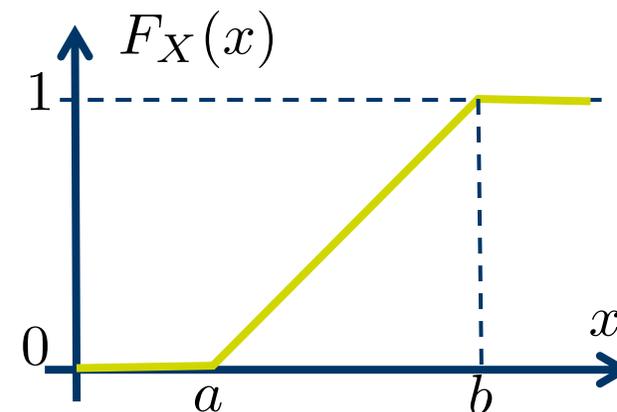
$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x < b \\ 1 & \text{si } x \geq b \end{cases}$$

Densité de probabilité



Fonction de répartition



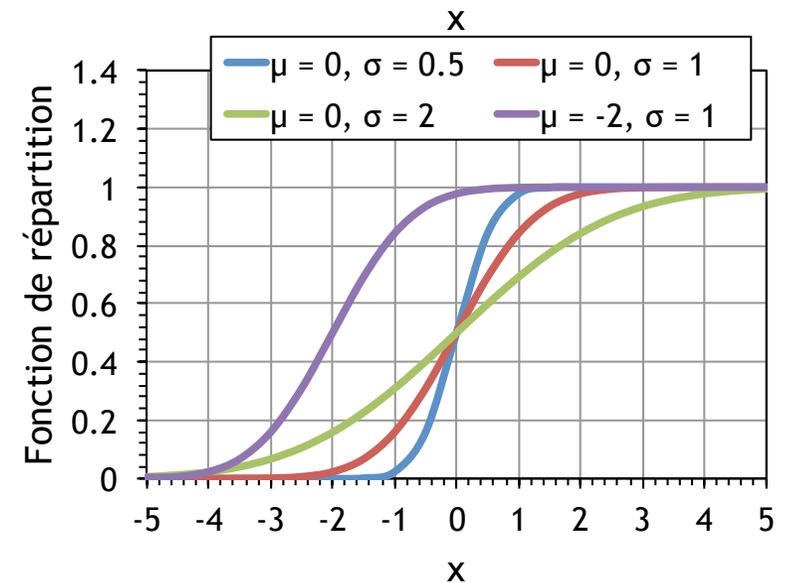
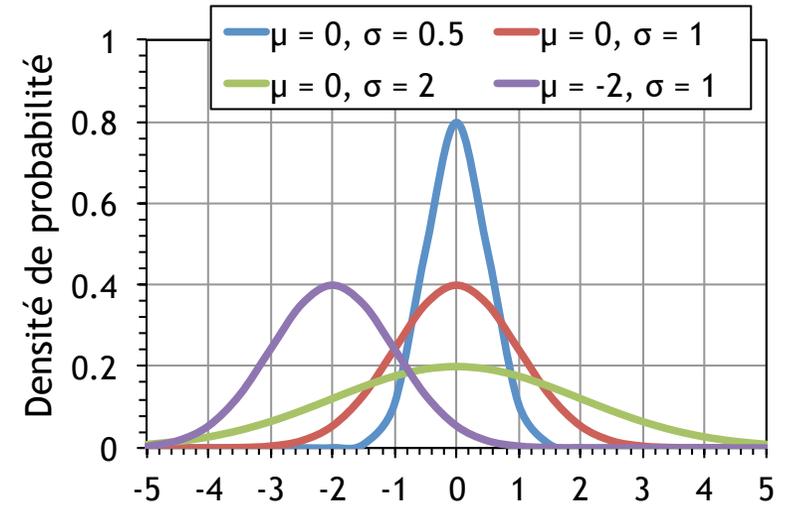
Variables aléatoires continues – distributions

Loi normale : distribution symétrique avec moyenne μ et écart-type σ

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{t - \mu}{\sigma}\right)^2\right) dt$$

Où $\Phi(\cdot)$ est la fonction de répartition d'une loi normale centrée réduite



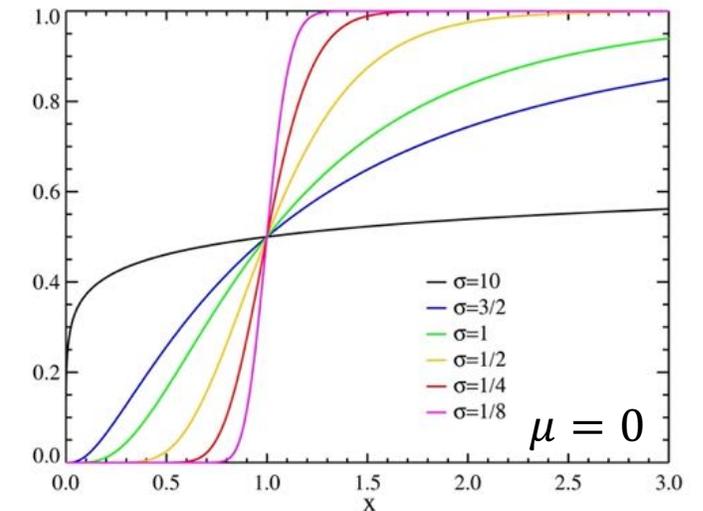
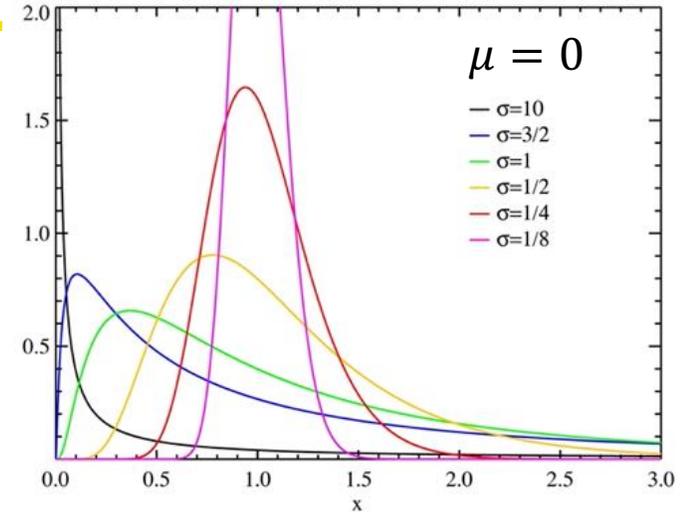
Variables aléatoires continues – distributions

Loi log-normale : distribution
asymétrique avec moyenne μ et écart-
type σ

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu_L}{\sigma_L}\right)$$

où

$$\sigma_L = \sqrt{\ln\left(\frac{\sigma^2}{\mu^2} + 1\right)} \quad \text{et} \quad \mu_L = \ln \mu - 0.5\sigma_L^2$$



Choix de distribution

- + Identifier le domaine physique de la variable aléatoire
 - > Variable positive
 - > Variable tronquée
- + Faire une hypothèse sur le type de loi
- + Estimer les paramètres
 - > Maximum de vraisemblance
 - > Méthode des moments
 - > Moindres carrés
 - > Méthodes bayésiennes
 - > Méthodes inverses
- + Valider le choix

Choix de distribution

- + **Chargements extrêmes (lois d'extremum)**
 - > Gumbel : vents extrêmes, neige, température
 - > Weibull : vagues
- + **Résistance des matériaux**
 - > Normale
 - > Log-normale
 - > Beta
 - > Weibull
- + **Fatigue**
 - > Log-normale
 - > Weibull

Choix de distribution

JCSS: Joint Committee Structural
Safety: <https://www.jcss-lc.org/>



Choix de distribution

JCSS Probabilistic Model Code

1 Basis of Design 2 Loads Models 3 Resistance

2.0	General
2.1	Self weight
2.2	Live load
2.3	Industrial storage
2.4	Cranes
2.5	Traffic
2.6	Car parks
2.7	Silo load
2.8	Liquids/gasses
2.9	Temperature
2.10	Ground
2.11	Water/groundwater
2.12	Snow
2.13	Wind
2.14	Temperature
2.15	Waves
2.16	Avalanches
2.17	Earth quake
2.18	Impact
2.19	Explosion
2.20	Fire
2.21	Chem/Phys agencies

3.0	General
3.1	Concrete
3.2	Reinforcement
3.3	Prestressed steel
3.4	Steel
3.5	Timber
3.6	Aluminium
3.7	Soil
3.8	Masonry
3.9	Model uncertainty
3.10	Dimensions
3.11	Imperfections
3.12	Fatigue

JCSS: Joint Committee Structural
Safety: <https://www.jcss-lc.org/>

Principes de fiabilité des structures

Modélisation probabiliste

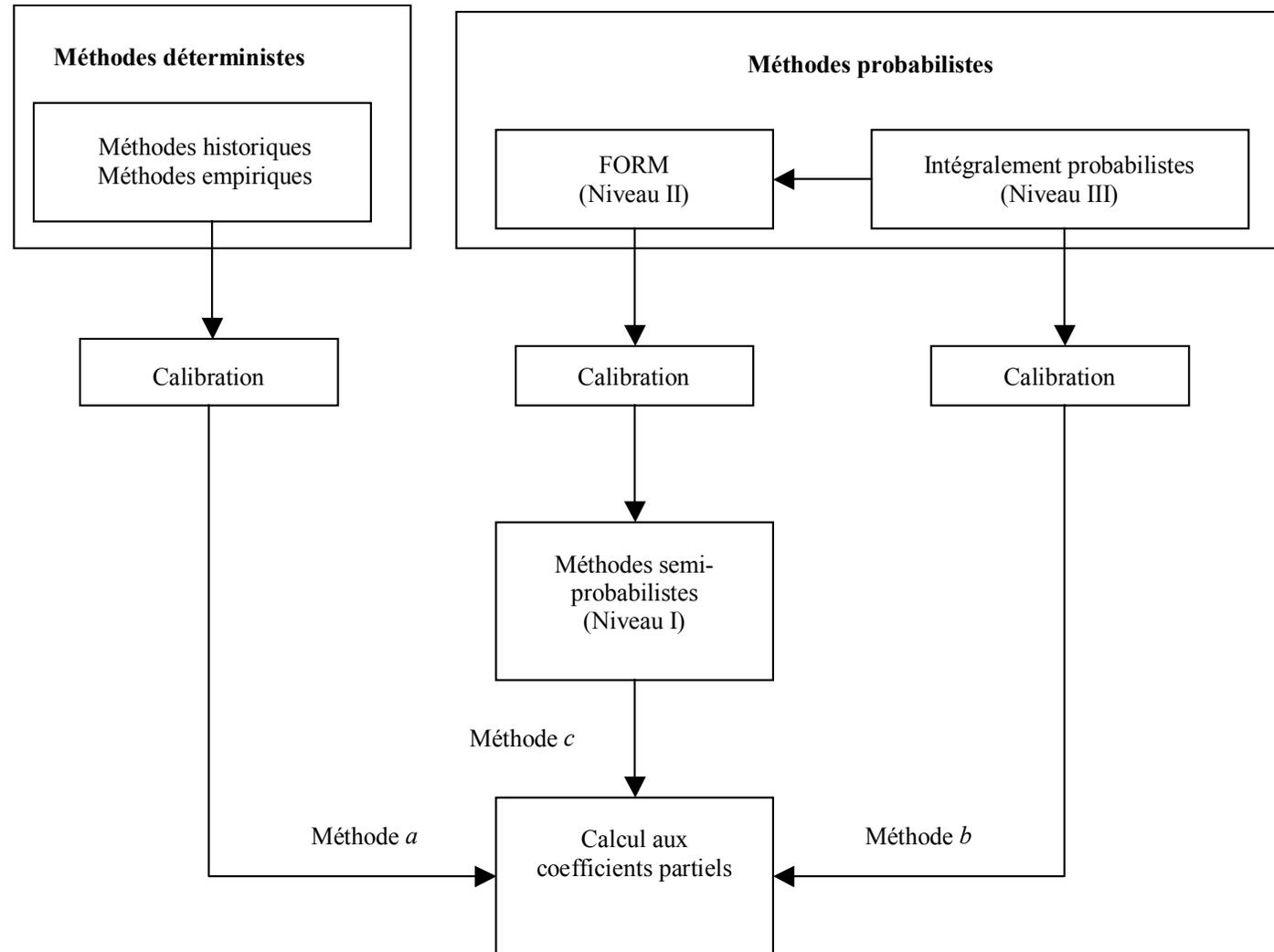
- + **Objectif** : déterminer la probabilité d'occurrence d'un événement

$$\text{Risque} = \text{Probabilité} \times \text{Conséquence}$$

- + **Conception** : probabilité de défaillance d'un composant/ouvrage vis-à-vis une sollicitation donnée

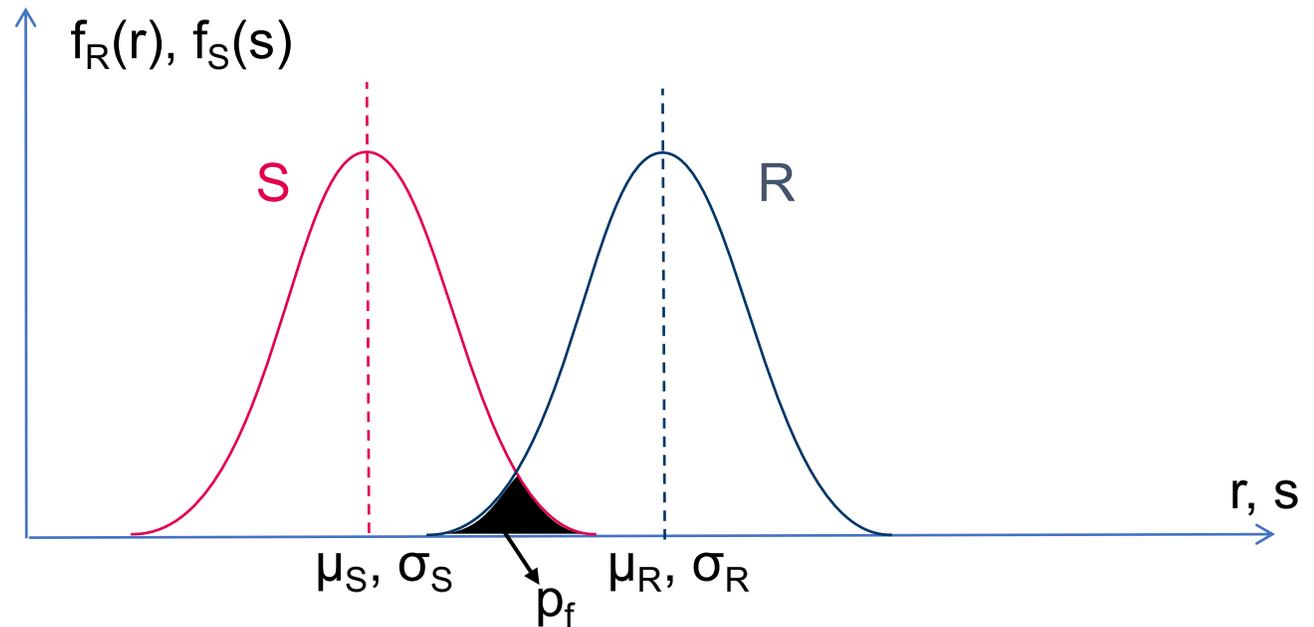
Estimation de la fiabilité d'une structure

+ Méthodes



Cas élémentaire de la fiabilité

- R = résistance de l'élément/structure (seuil de réparation)
- S = sollicitation (indicateur de dégradation).
- + Les incertitudes liées à R et S peuvent se représenter par des variables aléatoires (lois de distribution)
 - + La probabilité de défaillance p_f est $P(R < S) = P(R - S < 0)$



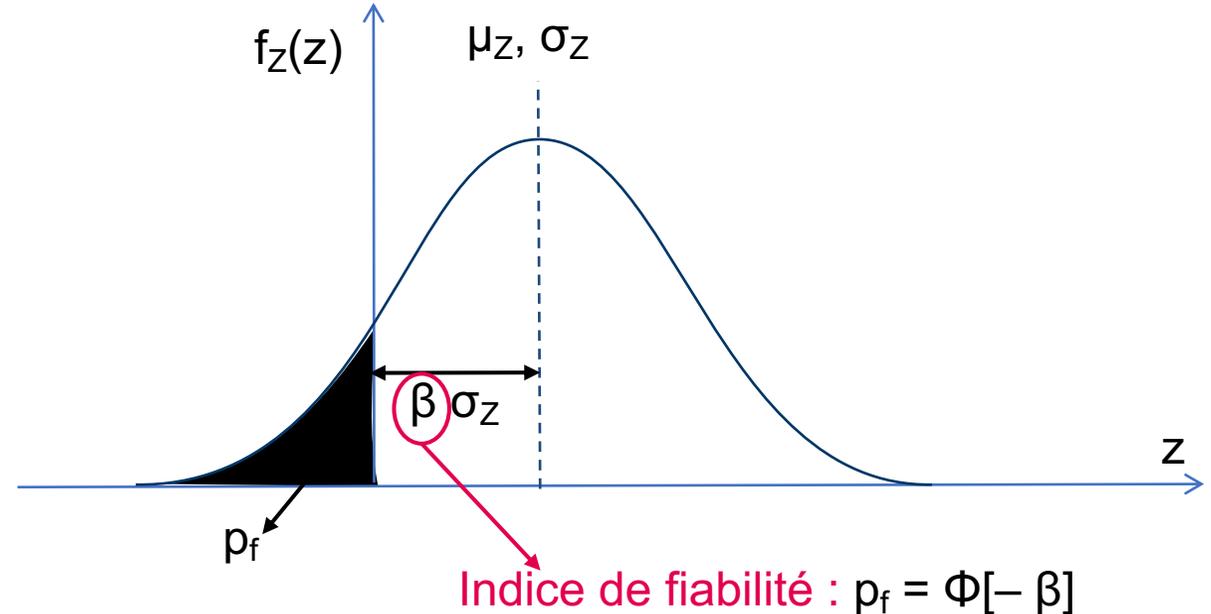
Cas élémentaire de la fiabilité

- + Pour des variables normales, on peut définir une nouvelle variable aléatoire Z (marge) :

$$Z = R - S$$

- + Z est caractérisée par une moyenne $\mu_Z = \mu_R - \mu_S$ et un écart-type

$$\sigma_Z^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2$$



1.5.2.17 fiabilité

capacité d'une structure ou d'un élément structural à satisfaire aux exigences spécifiées, y compris la durée d'utilisation de projet, pour lesquelles il ou elle a été conçu(e). La fiabilité s'exprime habituellement en termes de probabilité

Autres cas

- + Lorsque R et S dépendent d'autres variables aléatoires et/ou ne suivent pas des lois normales, la probabilité de défaillance s'écrit :

$$p_f = P(g(\mathbf{X}) \leq 0) = \int_{g(\mathbf{x}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(x) dx_1 \dots dx_n$$

où : **X** est un vecteur contenant les n variables aléatoires,
 $f_{\mathbf{X}}(x)$ est la fonction de probabilité jointe et
 $g(\mathbf{X})$ est l'équation d'état limite (marge) du problème

- + L'équation d'état limite peut s'écrire sur la base de deux types de défaillance :
 - > État limite de service (ELS)
 - > État limite ultime (ELU)

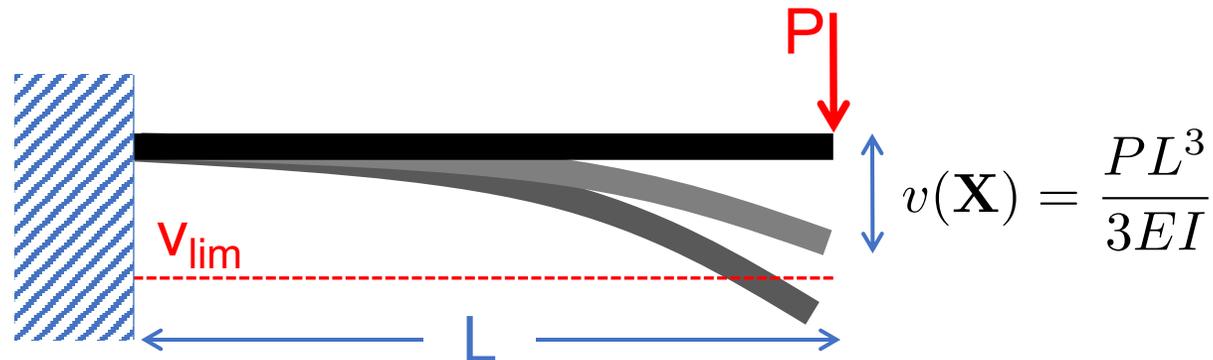
État limite de service (ELS)

- + La « défaillance » est liée à une perte de la capacité de service **sans affecter** d'une manière importante la **sécurité de la structure**. Par exemple : flèche, ...
- + Pour la flèche $g(\mathbf{X})$ dévient :

$$g(\mathbf{X}) = v_{\text{lim}} - v(\mathbf{X})$$

où : v_{lim} = flèche admissible maximale, et

$v(\mathbf{X})$ = flèche en fonction des variables aléatoires \mathbf{X}



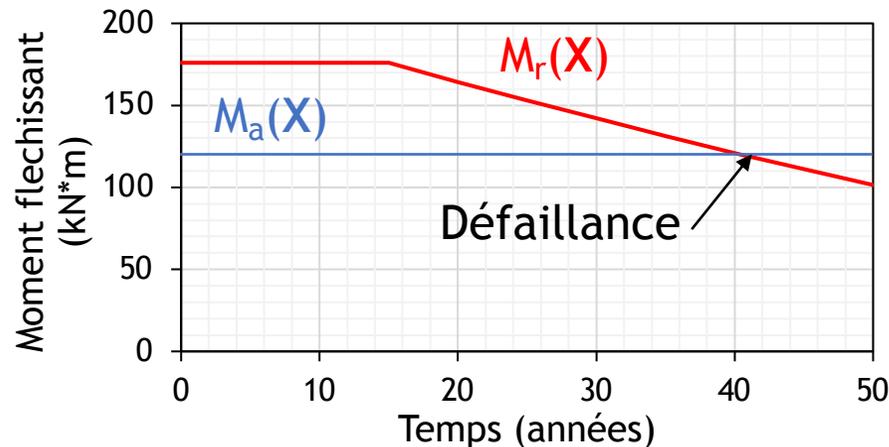
État limite ultime (ELU)

- + La « défaillance » est liée à l'effondrement de la structure. Par exemple : moment fléchissant, effort tranchant, ...
- + Pour le moment fléchissant $g(\mathbf{X})$ dévient :

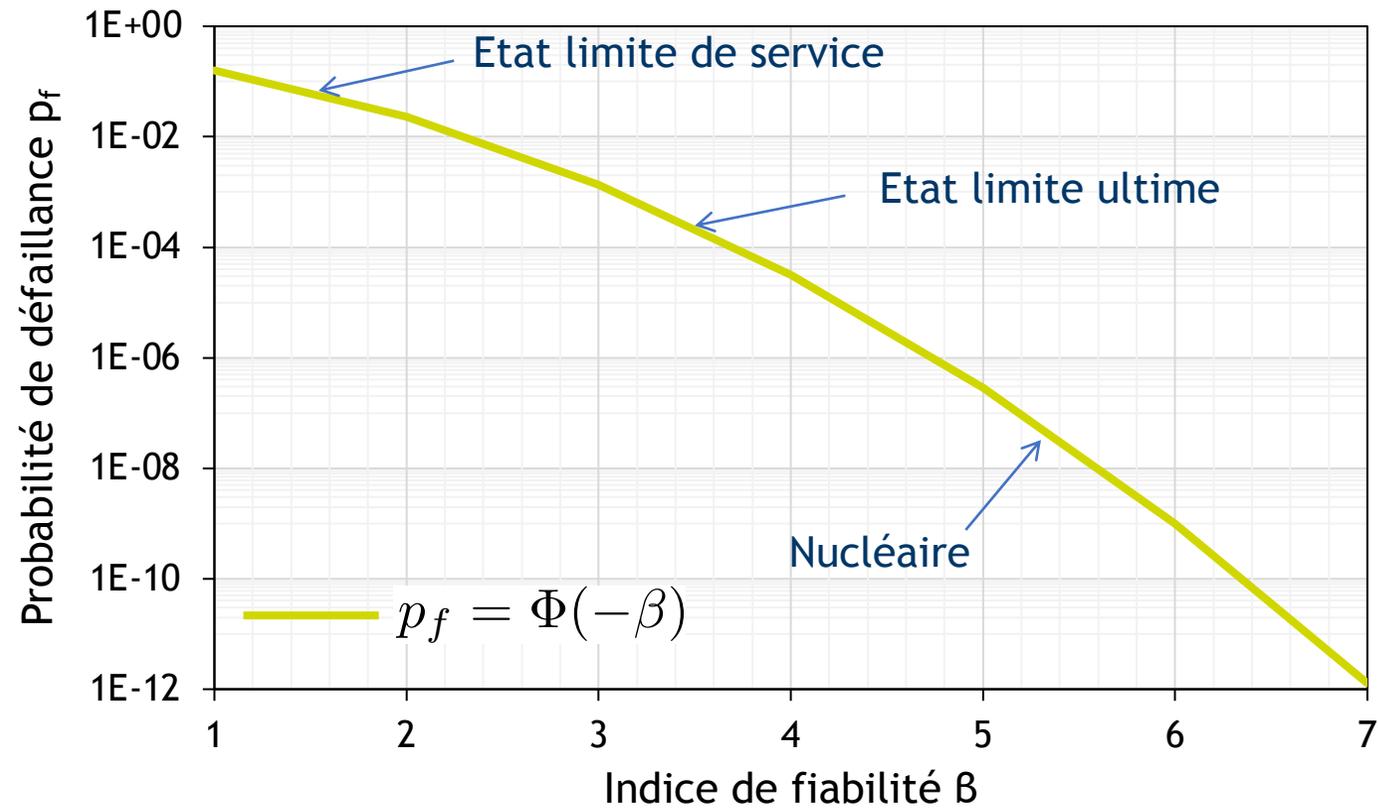
$$g(\mathbf{X}) = M_r(\mathbf{X}) - M_a(\mathbf{X})$$

où : $M_a(\mathbf{X})$ = moment appliqué, et

$M_r(\mathbf{X})$ = moment résistant



Ordres de grandeur de β



Fiabilité dans l'Eurocode 0

Tableau B.1 — Définition des classes de conséquences

Classe de conséquences	Description	Exemples de bâtiments et de travaux de génie civil
CC3	Conséquence élevée en termes de perte de vie humaine, <i>ou</i> conséquences économiques, sociales ou d'environnement très importantes	Tribunes, bâtiments publics où les conséquences de la défaillance seraient élevées (par exemple salle de concert)
CC2	Conséquence moyenne en termes de perte de vie humaine, conséquences économiques, sociales ou d'environnement considérables	Bâtiments résidentiels et de bureaux, bâtiments publics où les conséquences de la défaillance seraient moyennes (par exemple bâtiment de bureaux)
CC1	Conséquence faible en termes de perte de vie humaine, <i>et</i> conséquences économiques, sociales ou d'environnement faibles ou négligeables	Bâtiments agricoles normalement inoccupés (par exemple, bâtiments de stockage), serres

Fiabilité dans l'Eurocode 0

- (1) Les classes de fiabilité (RC) peuvent être définies en utilisant le concept d'indice de fiabilité β .
- (2) Trois classes de fiabilité RC1, RC2 et RC3 peuvent être associées aux trois classes de conséquences CC1, CC2 et CC3.
- (3) Le Tableau B.2 donne des valeurs minimales recommandées pour l'indice de fiabilité associé aux classes de fiabilité (voir également l'Annexe C).

Tableau B.2 — Valeurs minimales recommandées pour l'indice de fiabilité β (états-limites ultimes)

Classe de fiabilité	Valeurs minimales pour β	
	Durée de référence 1 an	Durée de référence 50 ans
RC3	5,2	4,3
RC2	4,7	3,8
RC1	4,2	3,3

Méthode de Monte Carlo

Introduction

- + **Simulation** : génération de reproductions raisonnables du monde réel qui sert à étudier sa nature probabiliste.
- + Les simulations servent à traiter des **problèmes plus réalistes** : modèles complexes, multiples sources d'incertitude, variabilité temporel et spatiale, corrélations, etc.
- + Méthode **très robuste** mais limité parfois par le **temps de calcul** (modèle, incertitudes)
- + Comme les simulations **reproduisent essentiellement des expériences**, Leur précision dépend donc de :
 - > la **précision avec laquelle la distribution** ajustée correspond aux expériences
 - > le **nombre de simulations** considérées

Méthode de Monte-Carlo

- + 2^{ème} guerre mondiale : développement d'armes nucléaires (Von Newman)
- + Echantillonnage aléatoire pour simuler le comportement d'un système
- + Etapes :
 1. Définir la fonction Y qui décrit le problème en fonction des autres variables aléatoires du problème :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

2. Déterminer la loi de distribution et les paramètres pour chaque variable X_i (y compris les corrélations)

Méthode de Monte-Carlo

3. Générer N valeurs aléatoires \hat{x}_i pour chaque variable X_i selon sa loi de distribution, $i = 1 \dots N$
4. Evaluer la fonction Y en utilisant les réalisations de chaque variable

$$\hat{y}_i = f(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)$$

5. Extraire l'information probabiliste et statistique des résultats
6. Déterminer l'efficacité et la précision de la simulation

Génération de nombres aléatoires

- + Les calculatrices et d'autres logiciels (Excel, Matlab, Python, ...) ont des générateurs de nombres aléatoires
- + Les algorithmes ont besoin d'un nombre initial : seed = graine
- + Générateur standard : nombres aléatoires suivant une loi normale dans l'intervalle $[0, 1]$
- + Nombres pseudo-aléatoires : les valeurs peuvent se répéter si le nombre de simulations est $>10^9$
- + Pour d'autres distributions :
 - > Transformation inverse
 - > Convolution
 - > Acceptation et rejet

Méthode de la transformation inverse

- + On cherche à estimer la réalisation d'une variable aléatoire \hat{x}_i avec μ_X et σ_X suivant une loi de probabilité $F_X(\cdot)$ à partir d'un nombre pseudo-aléatoire u_i

$$\hat{x}_i = F_X^{-1}(u_i)$$

- + Cela est possible car la fonction de répartition de X , $F_X(\cdot)$ est définie dans l'intervalle $[0, 1]$
- + Des étapes supplémentaires sont nécessaires pour les lois de distribution discrètes

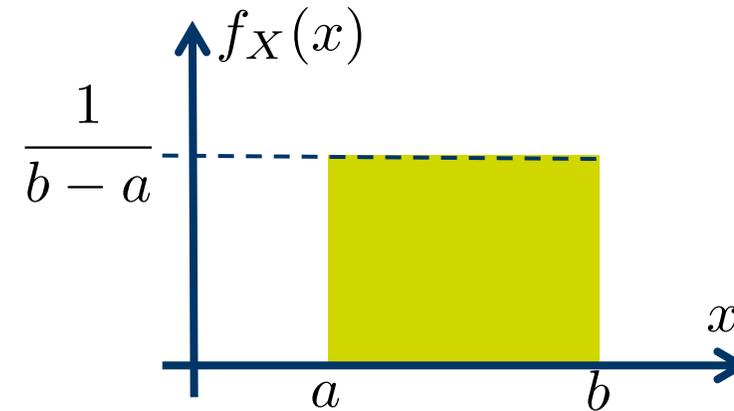
Méthode de la transformation inverse

Loi uniforme : distribution définie sur un intervalle $[a; b]$ avec moyenne μ et écart-type σ

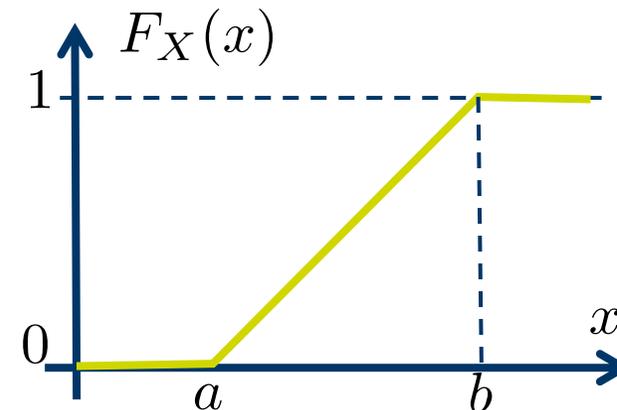
$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x < b \\ 1 & \text{si } x \geq b \end{cases}$$

Densité de probabilité



Fonction de répartition



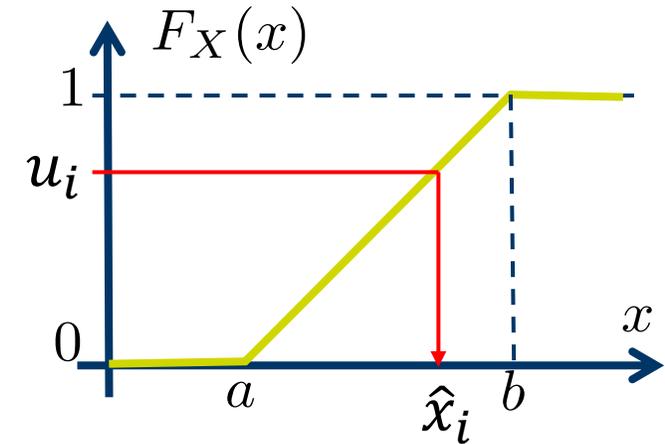
Méthode de la transformation inverse

1. Générer un nombre pseudo-aléatoire u_i entre 0 et 1
2. Appliquer la fonction de répartition inverse pour calculer un nombre aléatoire \hat{x}_i

$$u_i = \frac{\hat{x}_i - a}{b - a}$$

$$\hat{x}_i = u_i(b - a) + a$$

Fonction de répartition



$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x < b \\ 1 & \text{si } x \geq b \end{cases}$$

u_i \hat{x}_i

Exemple 1 – génération de nombres aléatoires

Considérons que le chargement linéique sur poutre en bois suit une loi uniforme dans l'intervalle [18 kN/m, 22kN/m]

Q1 : Générer 4 valeurs aléatoires de charge en considérant les nombres pseudo-aléatoires suivants :

i	u_i
1	0.69847
2	0.83147
3	0.10835
4	0.01191

$$\hat{x}_i = u_i(b - a) + a$$



\hat{x}_i
21.04
21.92
17.54
15.48

Evaluation d' Y et extraction de l'information statistique

- + Pour chaque simulation est possible évaluer la fonction Y

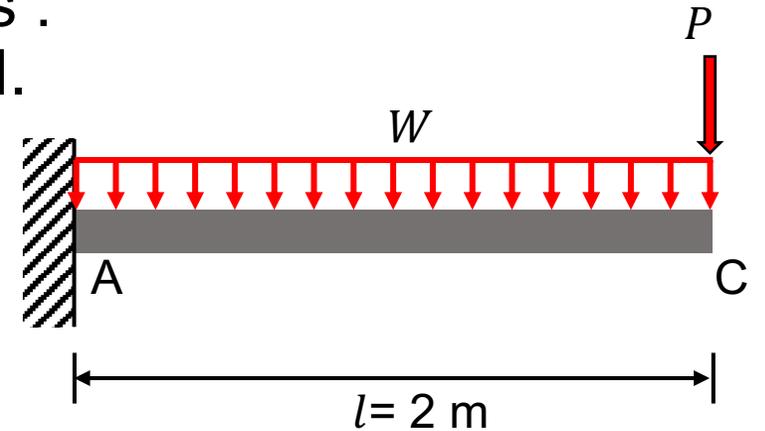
$$\hat{y}_i = f(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)$$

- + Les valeurs de Y peuvent s'utiliser pour :
 - > Estimer un histogramme d' Y
 - > Calculer la moyenne et l'écart-type d' Y
 - > Déterminer la loi de distribution d' Y

Exemple – Moment dans l'appui

Considérons une poutre console de 2 m de longueur soumise aux charges W et P qui sont modélisées par des variables aléatoires normales avec les paramètres :
 $\mu_W = 20 \text{ kN/m}$, $\sigma_W = 4 \text{ kN/m}$, $\mu_P = 30 \text{ kN}$, $\sigma_P = 3.5 \text{ kN}$.

- Q1** : Estimer les valeurs exactes de la moyenne et l'écart-type du moment dans l'appui
- Q2** : Estimer avec la méthode de Monte Carlo, la moyenne et l'écart-type du moment dans l'appui



Exemple – Moment dans l'appui

Q1 : Estimer les valeurs exactes de la moyenne et l'écart-type du moment dans l'appui

+ Le moment dans l'appui est : $M = \frac{l^2}{2}W + lP$

+ Comme la combinaison de variables aléatoires est linéaire (G = R-S) :

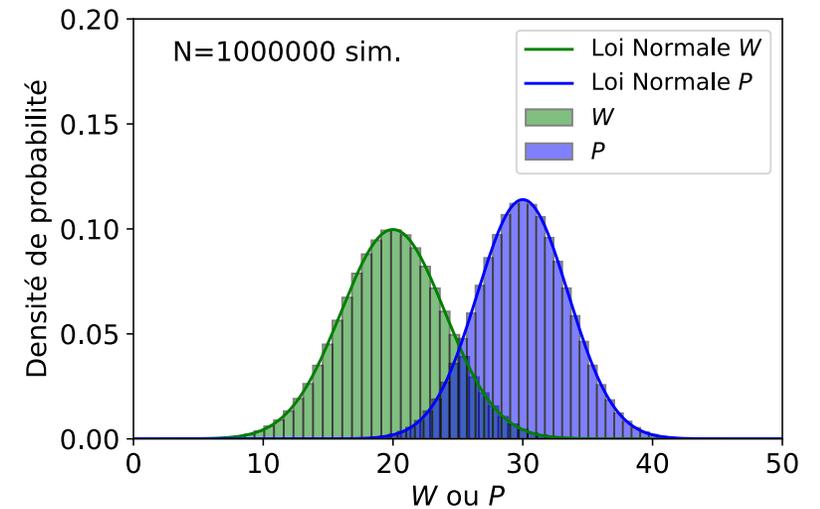
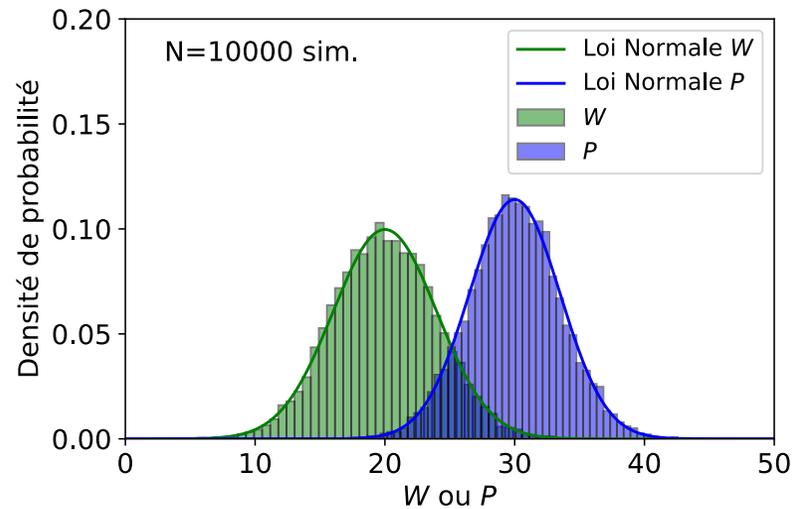
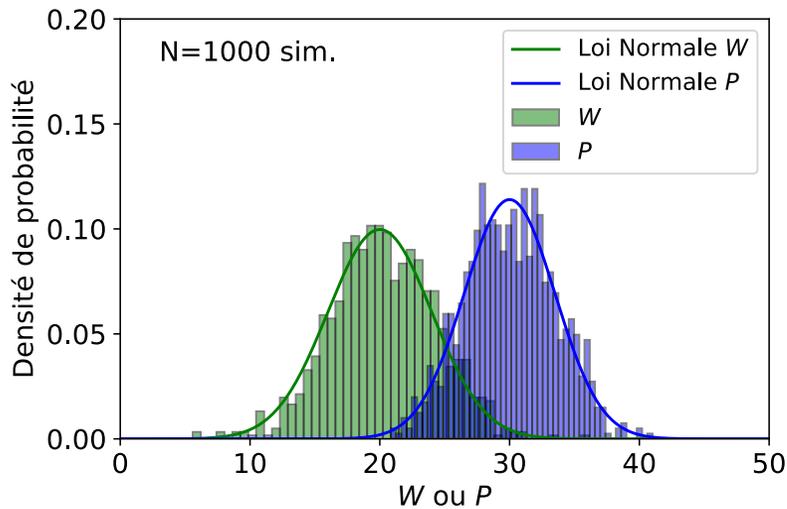
> $\mu_M = \frac{l^2}{2}\mu_W + l\mu_P = 100 \text{ kN m}$

> $\sigma_M = \sqrt{\left(\frac{l^2}{2}\sigma_W\right)^2 + (l\sigma_P)^2} = 10.63 \text{ kN m}$

Exemple – Moment dans l'appui

Q2 : Estimer avec la méthode de Monte Carlo, la moyenne et l'écart-type du moment dans l'appui

+ Simulation de N valeurs pour W et P



Exemple – Moment dans l'appui

Q2 : Estimer avec la méthode de Monte Carlo, la moyenne et l'écart-type du moment dans l'appui

+ Estimation de N valeurs pour $M = \frac{l^2}{2}W + lP$

N	μ_M (kN m)	σ_M (kN m)
100	99.567	9.769
1 000	100.614	10.421
10 000	99.931	10.575
100 000	100.039	10.630
1 000 000	99.990	10.615

$$\mu_M = \frac{l^2}{2} \mu_W + l \mu_P = 100 \text{ kN m}$$

$$\sigma_M = \sqrt{\left(\frac{l^2}{2} \sigma_W\right)^2 + (l \sigma_P)^2} = 10.63 \text{ kN m}$$

#Appel des librairies

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.stats import norm
```

#Variables d'entrée

```
m_X1=20
m_X2=30
s_X1=4
s_X2=3.5
l=2
```

Solutions analytiques

```
m_ana=l**2/2*m_X1+l*m_X2
s_ana=np.sqrt((l**2/2*s_X1)**2+(l*s_X2)**2)
print('moyenne théorique=',m_ana)
print('Ecart type théorique=',s_ana)
```

Monte carlo

```
N=1000000 # simulations
# Graine pour la génération des variables
np.random.seed(19680801)
# Génération des variables
X1=np.random.normal(m_X1,s_X1,N)
X2=np.random.normal(m_X2,s_X2,N)
```

Estimation du Moment

```
G=I**2/2*X1+I*X2
```

Calcul de l'écart-type et moyenne de G

```
m_G=np.mean(G)
```

```
s_G=np.std(G)
```

```
print('Simulations=',N)
```

```
print('Moyenne=',m_G)
```

```
print('Ecart-type=',s_G)
```

Tracer histogramme avec 50 classes

```
plt.hist(X1, 50, density=True,  
facecolor='g',edgecolor='k',  
alpha=0.5,label='$W$')
```

Fiabilité avec la méthode de Monte-Carlo

- + La méthode de Monte Carlo se base sur la « loi des grandes nombres » et permet de déterminer l'espérance I d'une fonction donné $g(\mathbf{X}, t)$

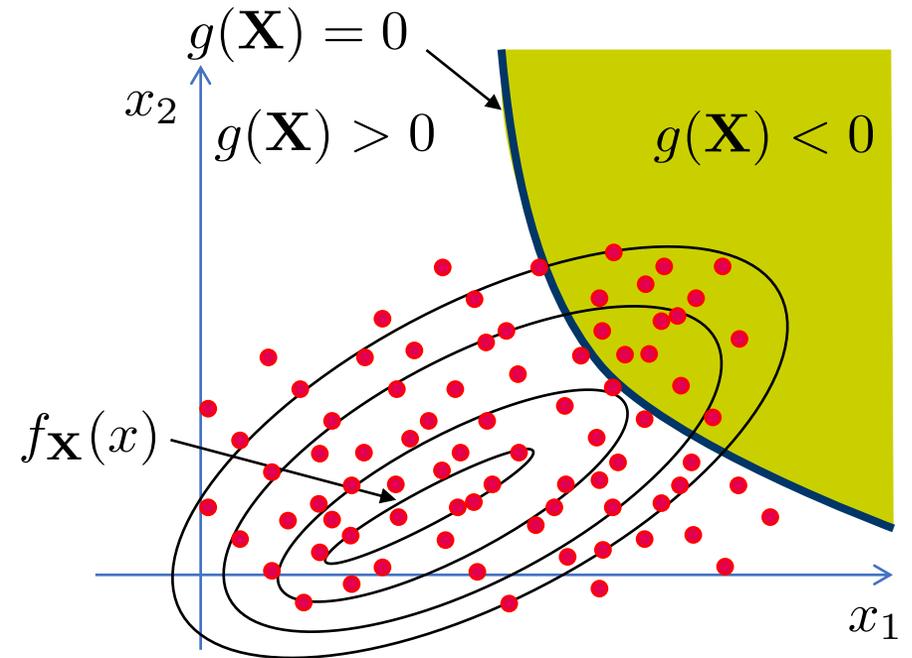
$$p_f(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 1_D \left[g(\mathbf{X}^{(i)}, t) \leq 0 \right]$$

où :

D = domaine d'intégration

$1_D(\mathbf{X}^{(i)})$ = fonction caractéristique de D qui est égale à 1 si $g(\mathbf{X}^{(i)}, t) \leq 0$ ou 0 sinon

N = nombre de simulations



Exemple – poutre en acier

- + Considérons une poutre soumise à un moment fléchissant déterministe $M_a = 130$ kNm. La limite d'élasticité F_y et le module plastique Z_p de la poutre sont considérés comme des variables aléatoires non corrélées suivant des lois normales avec les paramètres suivants :

$$\mu_{F_y} = 250 \text{ MPa}, \sigma_{F_y} = 25 \text{ MPa} \qquad \mu_{Z_p} = 9 \times 10^{-4} \text{ m}^3, \sigma_{Z_p} = 4.5 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

Q1 : Estimer les indices de fiabilité avec des simulations de Monte Carlo

Exemple – poutre en acier

- Q1 : Estimer les indices de fiabilité avec des simulations de Monte Carlo
+ Fonction d'état limite (Formulation en fonction du moment) :

$$G(\mathbf{X}) = M_R - M_S$$

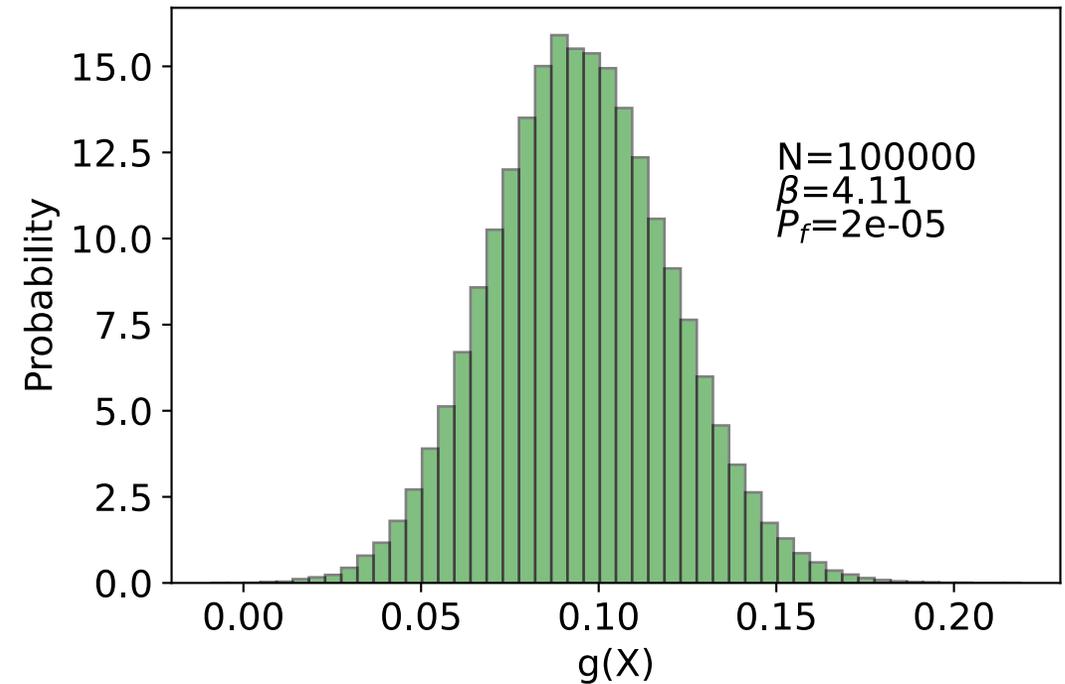
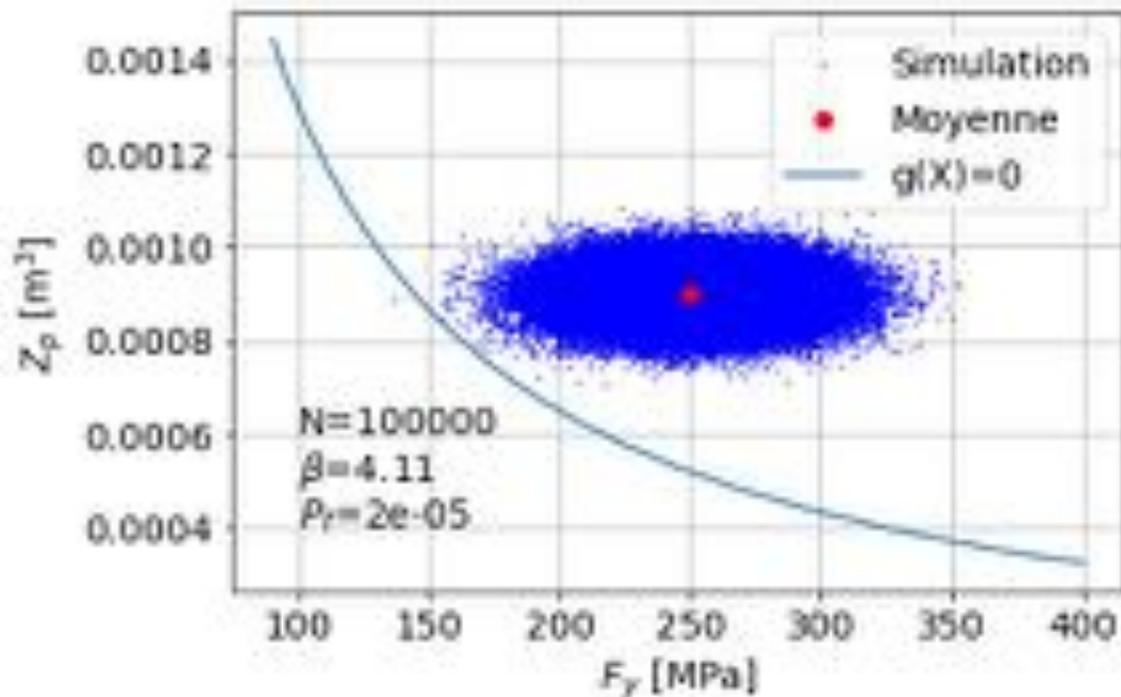
Avec :

$$M_R = F_y Z_P \text{ et } M_a = 130 \text{ kN.m}$$

$$G(\mathbf{X}) = F_y Z_p - M_a$$

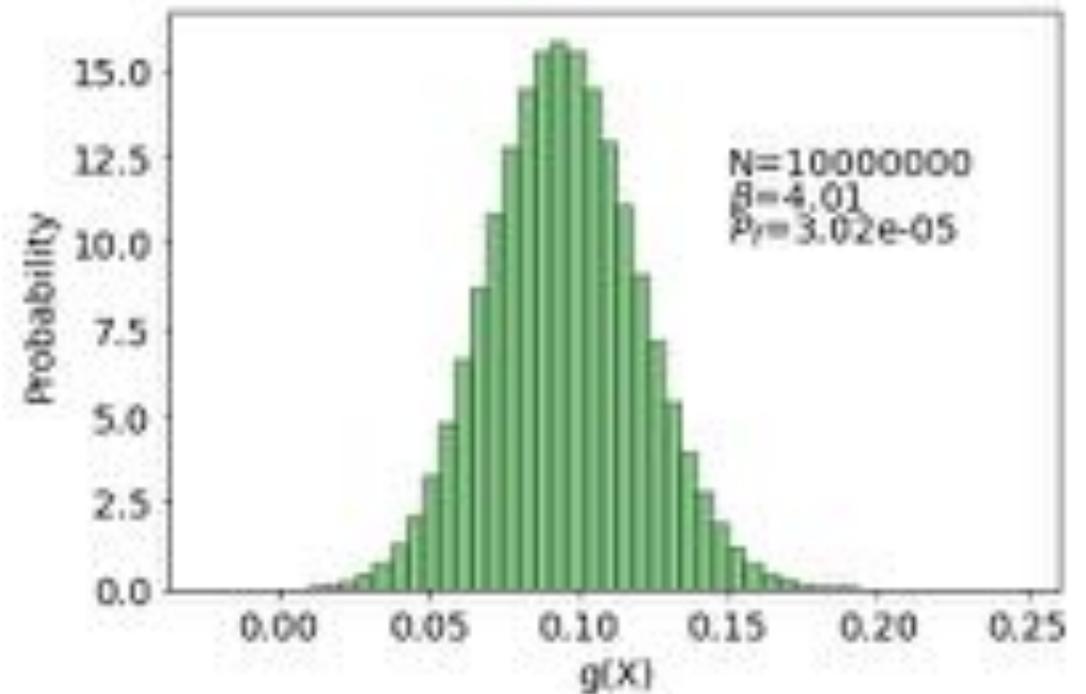
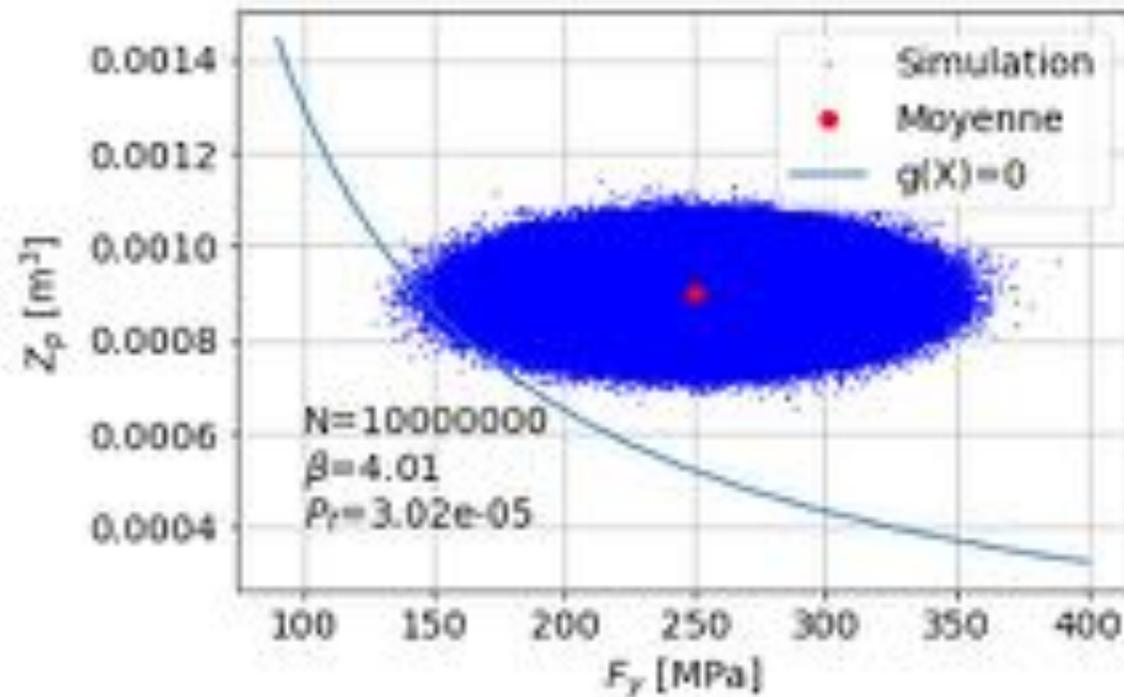
Exemple – poutre en acier

Q1 : Estimer les indices de fiabilité avec des simulations de Monte Carlo



Exemple – poutre en acier

Q1 : Estimer les indices de fiabilité avec des simulations de Monte Carlo



```
#Appel des librairies
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.stats import norm
# taille de la police des figures
plt.rcParams.update({'font.size':14})
#Variables d'entrée
Ma=130/1000 # MN m
mu_Fy=250 #MPa
si_Fy=25 #MPa
mu_Zp=9E-04 #m3
si_Zp=4.5E-05 #m3
N=100000
# Fixer la graine pour avoir les mêmes résultats
np.random.seed(19680801)
```

```
# Génération de N variables aléatoires
Fy=np.random.normal(mu_Fy,si_Fy,N)
Zp=np.random.normal(mu_Zp,si_Zp,N)
# Evaluation de la fonction d'état limite
GG=Fy*Zp-Ma
# Recherche de valeurs négatives pour estimer la
probabilité de défaillance
aa=np.where(GG<0)
# Calcul de la probabilité de défaillance
pf=np.size(aa)/N
# Calcul de l'indice de fiabilité
beta=-norm.ppf(pf)
betapt=round(beta,2)
print(pf,beta)
# Fonction d'état limite pour la figure
def Zpp(Fy):
    return Ma/(Fy)
```

```
# tracer l'histogramme avec 50 classes
```

```
plt.hist(GG, 50, density=True,  
facecolor='g',edgecolor='k', alpha=0.5)  
plt.xlabel('g(X)')  
plt.ylabel('Probability')  
plt.text(0.15, 10, '$P_f$={}'.format(pf))  
plt.text(0.15, 11, r'$\beta$={}'.format(betapt))  
plt.text(0.15, 12, 'N={}'.format(N))  
plt.savefig('Hist_Monte_Carlo_beam.pdf',  
bbox_inches='tight')  
plt.show()
```

```
# Création de la fig 1
```

```
fig1, ax = plt.subplots()  
# Valeurs x  
xf=np.linspace(90,400,1000)  
# Valeurs y  
y=Zpp(xf)
```

```
# Tracer Chaque courbe
```

```
ax.plot(Fy,Zp,marker=".",markersize=1,label="Simulation",ls="",c="b")  
ax.plot(mu_Fy,mu_Zp,marker="o",label="Moyenne",ls="",c="r")  
ax.plot(xf,y,label="g(X)=0")
```

```
# Titres des axes
```

```
ax.set_xlabel('$F_y$ [MPa]')  
ax.set_ylabel('$Z_p$ [m3]')  
plt.text(100, 4E-04, '$P_f$={}'.format(pf))  
plt.text(100, 5E-04, r'$\beta$={}'.format(betapt))  
plt.text(100, 6E-04, 'N={}'.format(N))  
ax.grid()  
ax.legend(loc='best')  
plt.savefig('Monte_Carlo_beam.pdf', bbox_inches='tight')  
plt.show()
```

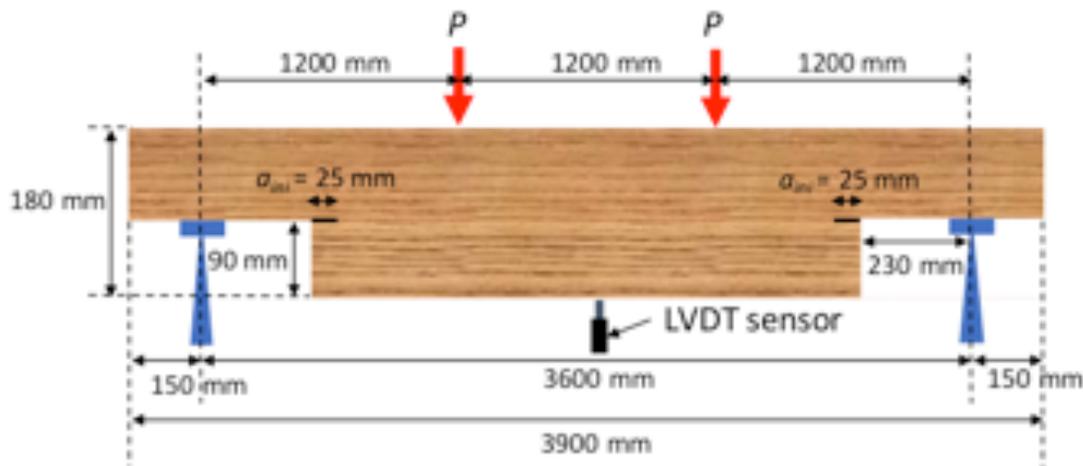
Conclusions

- + Monte-Carlo : moyen le plus robuste pour le calcul de Pf, elles peuvent être considérées comme le résultat de référence.
- + Monte Carlo : très coûteuse en temps de calcul, mais des méthodes de simulation plus avancées sont aussi disponibles (Subset, MCMC, etc.).
- + Méta modèles : Chaos Polynomial, Krigeage, réseaux bayésiens, ...
- + Méthodes de simulation : seul recours lorsque on ne peut pas faire autrement.

Exemple : mise à jour de la fiabilité à partir de données mesurées

Problématique

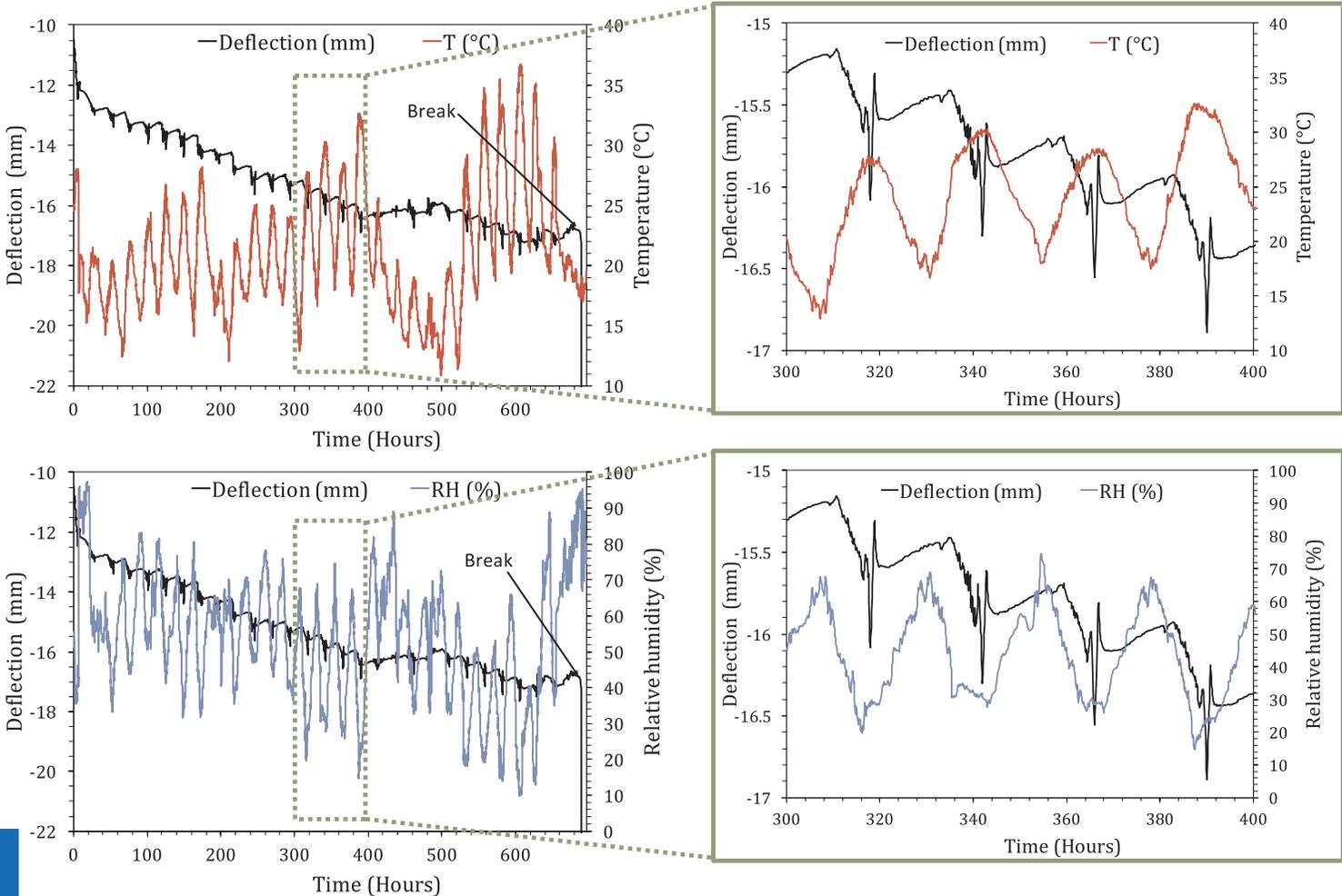
- + Travail mené dans le cadre du projet ANR JCJC CLIMBOIS (2013-17)
- + **Objectif** : proposer une méthodologie pour la mise à jour de la fiabilité d'une poutrelle en bois à partir des données réelles



- Poutres de Douglas
- Capteurs de déplacement
- Station météo
- Essais de juin à juillet 2016

Tran T-B, Bastidas-Arteaga E*, Aoues Y, Pambou Nziengui CF, Hamdi SE, Moutou Pitti R, Fournely E, Schoefs F, Chateaufneuf A. (2018). Reliability assessment and updating of notched timber components subjected to environmental and mechanical loading. *Engineering Structures*, 166:107-16.

Mesures : flèche vs température/humidité relative



Comment utiliser ces données pour mettre à jour la fiabilité de la poutre ?

Modélisation : formulation

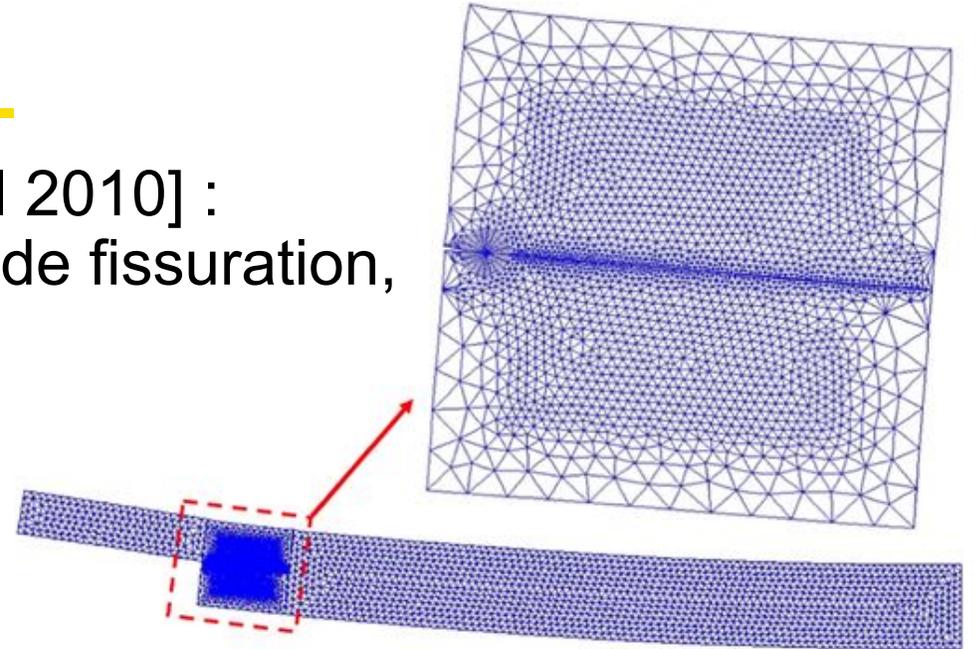
- + Formulation (intégrale A) [Moutou Pitti et al 2010] :
Comportement anisotrope, modes mixtes de fissuration,
gradient thermique
- + Taux de restitution d'énergie :

$${}^A G_I = C_1 \frac{({}^A K_I^u)^2}{8} \quad \text{and} \quad {}^A G_{II} = C_2 \frac{({}^A K_{II}^u)^2}{8}$$

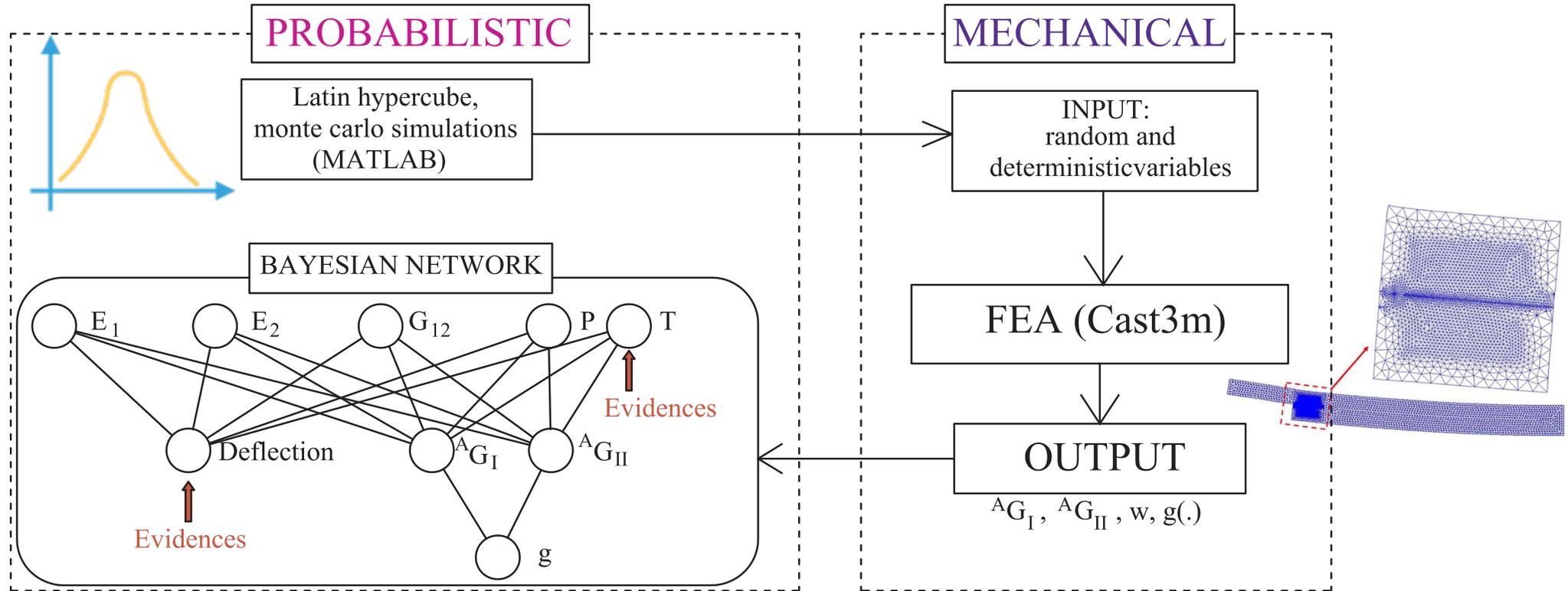
- + Quantité d'intérêt : probabilité de propagation de la fissure
- + Equation d'état limite [Moutou Pitti et al 2012] :

$$g(\mathbf{X}) = 1 - \left(\frac{{}^A G_I(\mathbf{X})}{G_{Ic}} + \frac{{}^A G_{II}(\mathbf{X})}{G_{IIc}} \right)$$

G_{Ic} et G_{IIc} sont des taux critiques de restitution d'énergie



Approche proposée



$$g(\mathbf{X}) = 1 - \left(\frac{A_{G_I}(\mathbf{X})}{G_{Ic}} + \frac{A_{G_{II}}(\mathbf{X})}{G_{IIc}} \right)$$

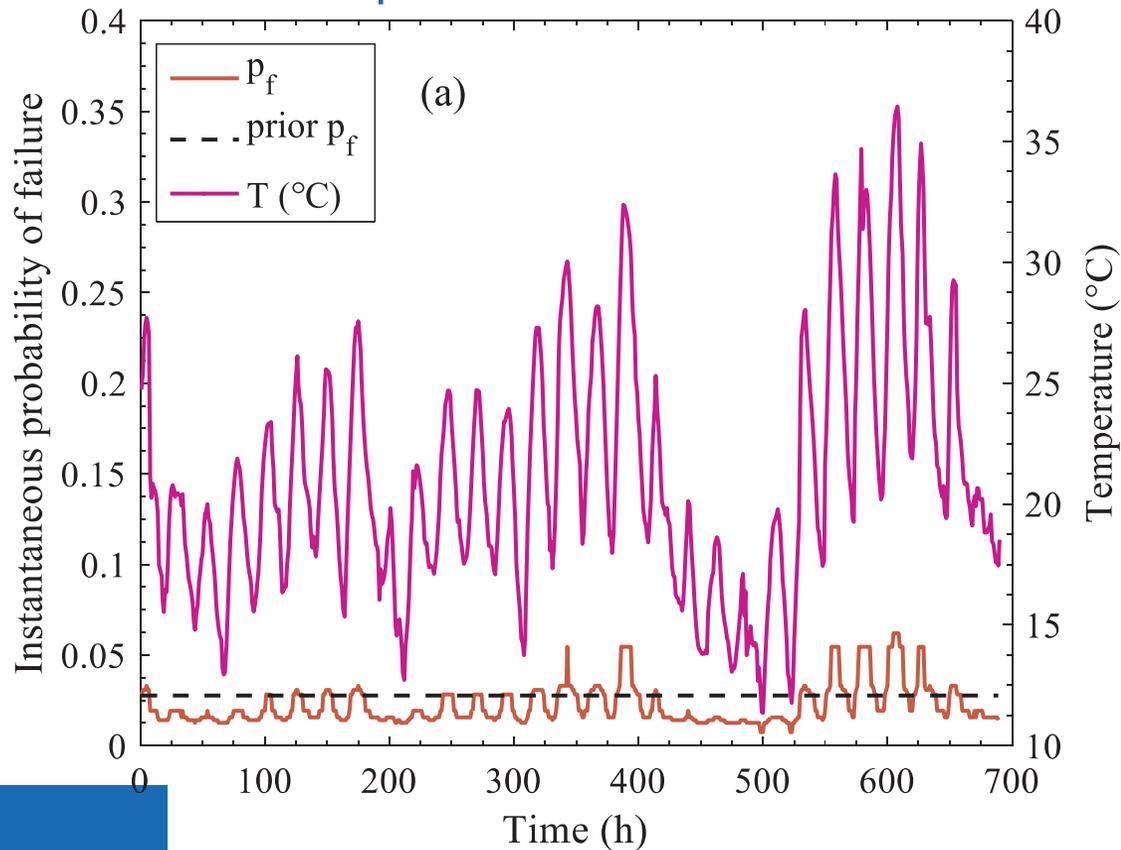
G_{Ic} et G_{IIc} sont des taux critiques de restitution d'énergie

Variables déterministes et aléatoires

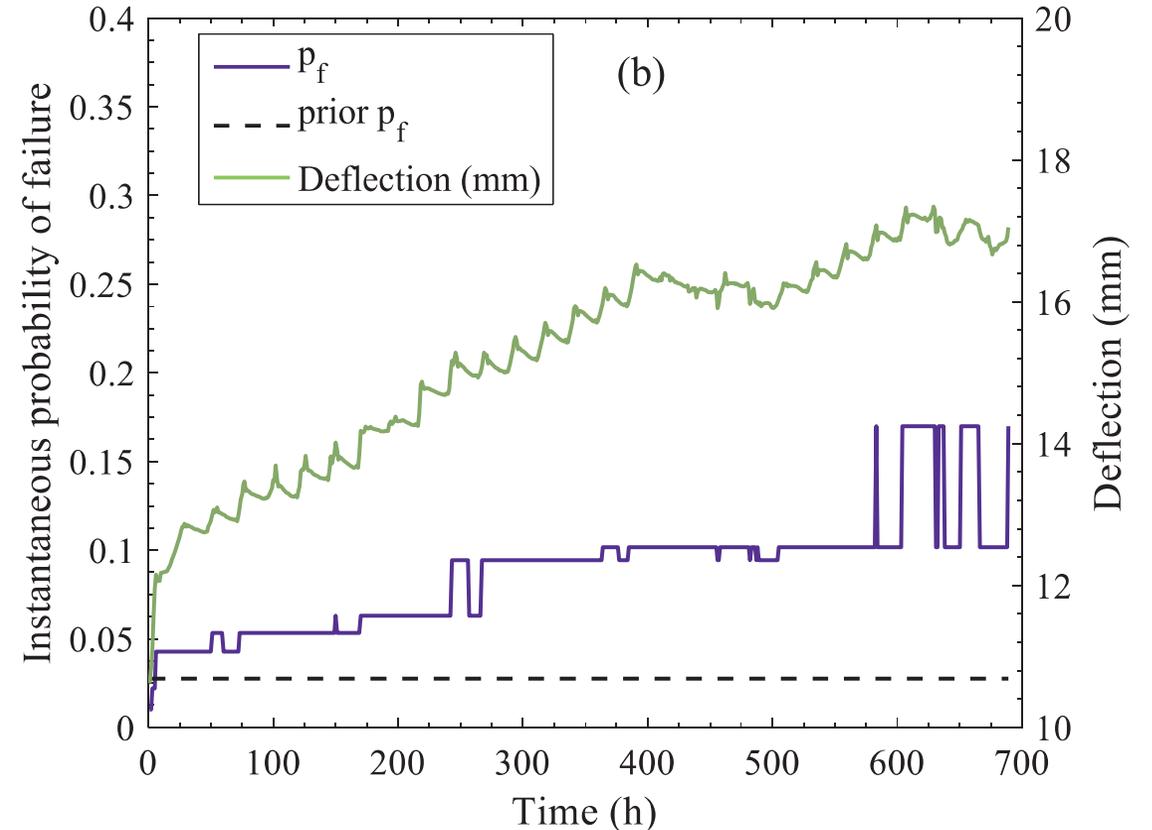
Input	Parameter	Description	Value	
Geometry	(mm)	Length of the beam	3 900	
	(mm)	Height of the beam	180	
	(mm)	Width of the beam	60	
Environment	(C)	Temperature	$U\sim[10; 40]$	
Load	(N)	Concentrate load	$N(\mu=4150; COV=0.1)$	
Material	(MPa)	Longitudinal modulus	$LN(\mu=13\cdot 10^3; COV=0.2)$	
	(MPa)	Transversal modulus	$LN(\mu=650; COV=0.15)$	
	(MPa)	Radial modulus	1 000	
	(MPa)	Shear modulus	$LN(\mu=745; COV=0.15)$	
		Tangential Poisson coefficient	0.42	
		Radial Poisson coefficient	0.38	
		Poisson coefficient in transverse plane	0.31	
		(1/K)	Longitudinal thermal expansion coefficient	2×10^{-6}
		(1/K)	Transversal thermal expansion coefficient	5×10^{-5}
	(N/mm)	Critical release energy in mode I	0.42	
	(N/mm)	Critical release energy in mode II	2.52	

Résultats : mise à jour de la probabilité de défaillance

Mise à jour pour des valeurs de température seulement

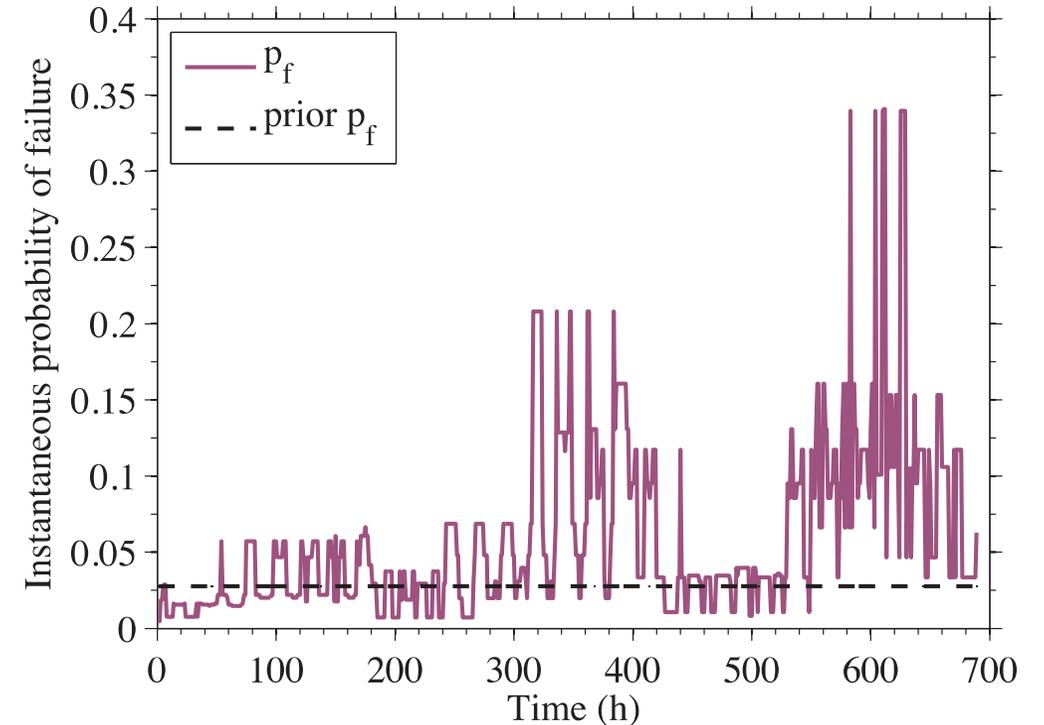
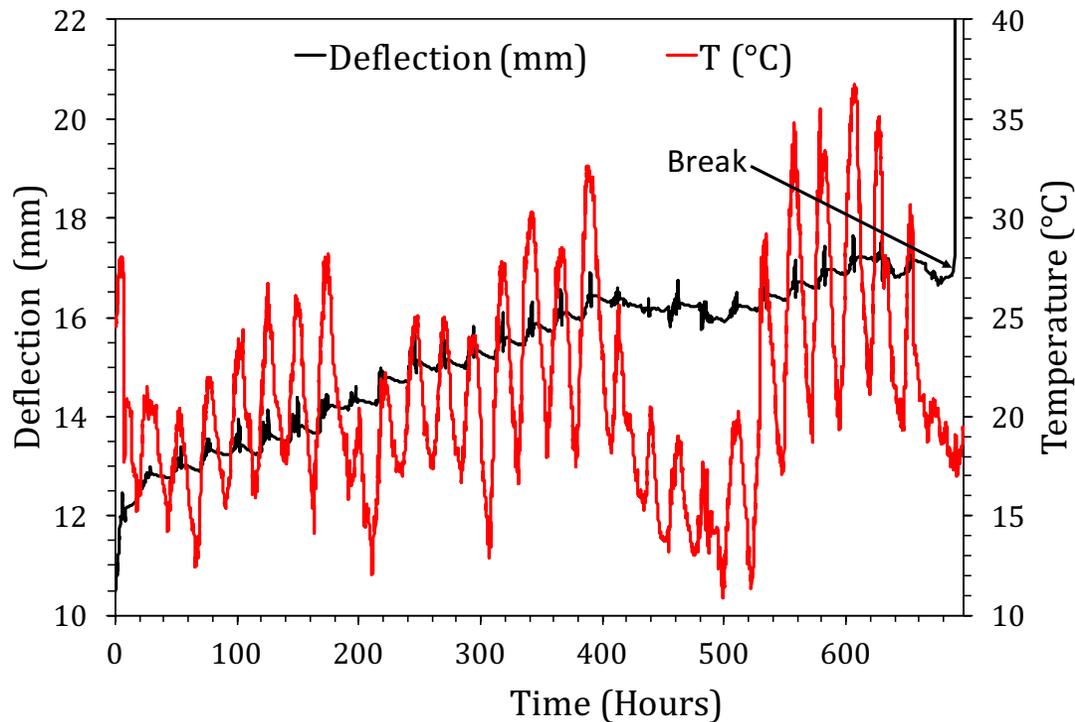


Mise à jour pour des valeurs de flèche seulement



Résultats : mise à jour de la probabilité de défaillance

Mise à jour pour des valeurs de température et flèche



Conclusions

- + Méthodologie (mécanique et fiabilité) → mettre à jour la fiabilité à partir de résultats d'inspection
- + Elle peut s'utiliser aussi pour
 - > identifier des incertitudes
 - > analyse de sensibilité (résultats non présentés) [Tran et al, 2018]
 - > modéliser la variabilité spatiale

Autres travaux

- + Nsouami V, Manfoumbi N, Moutou Pitti R, Bastidas-Arteaga E* (2021). Spatial Variability of Ozigo Wood Beams under Long-Term Loadings in Various Environmental Exposures. *Sustainability* 13, 5356, 15 pp. <https://doi.org/10.3390/su13105356>
- + Merschman E, Salman AM*, Bastidas-Arteaga E, Li Y. (2020). Assessment of the Effectiveness of Wood Pole Repair Using FRP Considering the Impact of Climate Change on Decay and Hurricane Risk. *Advances in Climate Change Research* 11:332–48. <https://doi.org/10.1016/j.accre.2020.10.001>
- + Salman AM, Salarieh B, Bastidas-Arteaga E, Li Y. (2020). Optimization of Condition-Based Maintenance of Wood Utility Pole Network Subjected to Hurricane Hazard and Climate Change. *Frontiers in Built Environment*,. 6(73):1-18 <https://doi.org/10.3389/fbuil.2020.00073>
- + Tran T-B, Bastidas-Arteaga E*, Aoues Y. (2020). Spatial Time-Dependent Reliability Assessment and Updating of Timber Structures Subjected to Decay Deterioration. *Engineering Structures*, 209:110301 <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110301>
- + Tran T-B, Bastidas-Arteaga E*, Aoues Y, Pambou Nziengui CF, Hamdi SE, Moutou Pitti R, Fournely E, Schoefs F, Chateauneuf A. (2018). Reliability assessment and updating of notched timber components subjected to environmental and mechanical loading. *Engineering Structures*, 166:107-16. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.03.053>.
- + Tran T-B§, Bastidas-Arteaga E*, Schoefs F, Bonnet S. (2018). Bayesian Network Framework for Statistical Characterisation of Model Parameters from Accelerated Tests: Application to Chloride Ingress Into Concrete. *Structure and Infrastructure Engineering* 14(5)580-93. <https://doi.org/10.1080/15732479.2017.1377737>.

Logiciels

- + Matlab, Python, R ...
- + Réseaux bayésiens : Python, R, Netica, ...
- + Fiabilité, méta-modèles : Open turns (C++, Python), UQLab (Matlab, Python)

Merci pour votre attention !